

### **Глава 3.**

## **ГЕШТАЛЬТПСИХОЛОГИЯ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ**

Сделав короткий экскурс в область теоретических построений Кедрова, рассмотрев отдельные аспекты его теории с позиции современных достижений физиологии мозга, мы должны коснуться еще одного важного направления психологии, которое также проливает свет на принципиальные вопросы творчества. Этим направлением является гештальтпсихология. Основоположником необычной, поразившей современников теории, был австрийский ученый, психолог и педагог в области школьной математики М. Вертгеймер. Созданию его теории во многом способствовали его беседы с Эйнштейном.

Продуктивное мышление и репродуктивное. Кто из педагогов не мечтал о первом, но вынужден мириться со вторым. В чем же их принципиальная разница? Продуктивное мышление активно, а репродуктивное - пассивно. Продуктивное мышление оставляет глубокий след в памяти человека, а следы при репродуктивном мышлении быстро стираются. Продуктивное мышление на уроке дается нелегко и педагогу и ученикам. Оно требует от обоих большого искусства. Это понятно, природа человека так устроена, что за все эффективное надо нести высокую плату. Какое отношение имеет гештальтпсихология к продуктивному мышлению? Самое прямое, оно лежит в ее основе, даже больше того, составляет стержень, на котором построена гештальтпсихология.

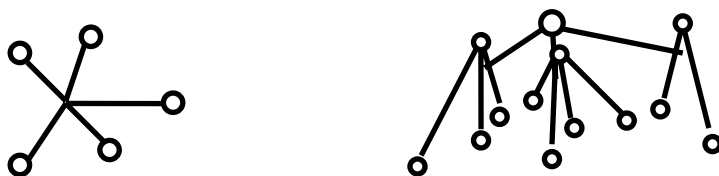
Но чтобы дать представление о том, что есть гештальтпсихология, используем определение Вертгеймера: «Существуют связи, при которых то, что происходит в целом, не выводится из элементов, существующих, якобы, в виде отдельных кусков, связанных потом вместе, а, напротив, то, что представляется в отдельной части этого целого, определяется внутренним структурным законом этого целого» (1).

Выдающееся прозрение Вертгеймера о целостном представлении любого объекта, в котором сущность любой части обусловлена сущностью объекта, предвосхищало революционную теорию холодвижения Д. Бона. В этой теории любые элементы существования мира, в том числе пространство и время, сознание и материя взаимосвязаны общей конечной целью, выполняют свои особые функции, не могут иметь независимые структуры. Все рассматривается только в отношении к целому и противоположно механистическим концепциям строения мира. В холономной теории утверждается, что нет ничего изолированного. Вселенная это живой организм, объединяющая одушевленную и неодушевленную материю (2).

Определение, которое дал сам Вертгеймер, взятое из книги «Продуктивное мышление», скорее абстрактно и сложно для понимания, поэтому необходимо дать наглядный пример для его иллюстрации. Любой пешеход прекрасно знает свои ощущения, когда он переходит улицу на сложном перекрестке. Как он воспринимает ситуацию? Только ли он смотрит на светофор? Нет! Он еще видит мчащиеся и уже начинающие притормаживать перед желтым светом автомобили, мгновенно оценивает возможность нарушения ими правила проезда перекрестка. Начало перехода: пешеход поворачивает голову налево, откуда ему опасность грозит на ближнем к нему участке, а затем направо, оценивая также встречное движение. Ну, а если многорядное движение? Тогда взгляд пешехода становится все более беспокойным, так как машины ближнего ряда закрывают от него обзор и еще более увеличивают опасность перехода. Что бы мы ни говорили себе, переход улицы всегда усиливает напряженность психического состояния человека, делая его сильно направленным и вынуждая пешехода мгновенно охватить всю ситуацию движения в целом. Все элементы, отражающие обстановку перехода, сильно связаны между собой в некоторую внутреннюю структуру и динамически взаимозависимы друг от друга.

Совершенно очевидно, что если бы мозг человека воспринимал описанную ситуацию поэлементно, изолированно, без динамической взаимосвязи элементов друг с другом, можно сказать не системно или целостно, то пешеходы часто попадали бы под колеса движущихся автомобилей. Так мозг человека, включая системное видение объекта, организует защиту человека. Поведение человека вторично по отношению к его мышлению (которое может носить бессознательный характер). По Вертгеймеру, мышление это не просто система отдельных элементов, слепо связанных между собой, а взаимозависимая динамическая система этих элементов, когда поведение одного определяется изменением другого (3). Что же все-таки такое структура, которая составляет основной стержень гештальтпсихологии. Сейчас, когда достижения кибернетики позволили осуществить почти фантастический переворот в науке и технике, есть возможность использовать понимание свойств и строение структуры, взяв их из этой науки. Несколько абстрактное кибернетическое определение: структурой называется совокупность всех отношений между подсистемами и элементами системы.

Обратимся к зрительному образу некоторых кибернетических структур. Вот как выглядят типы некоторых из них (4):



Кроме перечисленных типов, в кибернетике известны еще многие другие типы. Но наиболее приближающимися к моделям, которые отображают структуры, возникающие в мозгу у человека, являются три типа. Иерархические, неиерархические. Возможны и смешанные. Дадим очень краткую характеристику этих типов. Любопытно то, что создатель гештальтпсихологии не классифицировал структуры. Причина ясна. Гештальтпсихология возникла раньше кибернетики и не могла использовать многие, очень важные исследования, выполненные в кибернетике. В чем суть иерархической структуры? Это такая структура, в которой каждая подсистема либо управляющая, либо подчиненная по отношению к различным подсистемам, либо и то, и другое. Второе условие, необходимое для существования иерархической структуры : существует по крайней мере, одна только подчиненная подсистема и одна только управляющая подсистема, и последнее – любая подчиненная подсистема непосредственно взаимодействует с одной управляющей подсистемой. Мы вновь дали известное и абстрактное определение иерархической структуры и вновь обратимся к ее наглядному ассоциативному представлению. Наиболее рельефно выглядит иерархическая структура управления в армии, где любой подчиненный имеет одного непосредственного командира, а этот командир, в свою очередь, подчиняется другому командиру. Наверху главнокомандующий, не подчиняющийся никому, а внизу солдат, не управляющий никем.

Неиерархические структуры характеризуются многосвязностью. В таких структурах каждая подсистема непосредственно взаимодействует с любой другой. Этот тип структуры, как мы увидим дальше, очень близок к тем, которые анализирует гештальтпсихология. Характерный пример: артиллерия, авиация, пехота и бронетанковые войска суть взаимосвязанные элементы неиерархической структуры.

Последний тип. Смешанная структура, отражающая в себе признаки того и другого типа. Эта структура наиболее близка к тем, с помощью которых «укладывается» информация в мозгу у человека.

В связи с экскурсом в терминологию кибернетики читатель может задать естественный вопрос: зачем понадобилось искать аналогии с кибернетическими представлениями структур и образами гештальтпсихологии? Что это даст нам в самом сложном из вопросов, существующих в

природе – вопросе познания человеком нового. Ответ на удивление прост. Можно пытаться, как это не раз делалось во многих науках, использовать уже известные свойства в одних отраслях науки и перенести их в другие. Поэтому когда возникнет необходимость исследования психических структур, к ним применялся хорошо разработанный аппарат кибернетики.

Как в кибернетике, так и в мышлении структура реализуется через связи между элементами, ее составляющими. Гештальтпсихология рассматривает только осмысленные связи. Именно такие связи имел в виду Вертгеймер, создавая свою теорию целостного охвата локальных образов мира, которые попадали в поле зрения человека. Он считал восприятие человеком целостного образа врожденным и свойственным непосредственно человеческому разуму.

Но из учебной практики мы знаем, связи могут быть и слепые, неосмысленные.

*Как они запоминаются человеком?*

У учеников – часто путем зазубривания.

*Чем зазубренные связи отличаются от осмысленных?*

Тем, что ученик, зазубривший, но глубоко не уяснивший суть, не в состоянии переосмыслить изменение и не может решить новую задачу или сделать другое доказательство. Например, когда изменяется задача

Перейдем к изложению конкретных примеров применения теории гештальтпсихологии, т.е. к решению математических школьных задач. В противном случае читатель усомнится в объективности того, что написано в этой книге. Возьмем одну из типичных школьных задач для 3-го класса. Поезд движется со скоростью 80 км/ч в течение 2-х часов. Требуется определить расстояние, которое он проехал за это время. Задача очень простая и практически все ученики с ней справляются достаточно быстро. Однако понять, как ее решение формируется в мозгу у ученика - проблема на редкость трудная.

Проникновение в природу нашего мышления частично дает гештальтпсихология, но надо понимать, что только на первом этапе. Как только ученик задумался над осмыслением данной задачи, в мозгу у него формируется целостная внутренняя структура взаимосвязанных элементов. Перечислим их: 1) скорость поезда; 2) единица измерения скорости [км/час]; 3) величина скорости 80; 4) время; – единица измерения времени [час]; 5) время в пути 2; 6) знаки арифметических действий:  $\times$ ;  $=$ ;  $:$ ;  $.$  7) расстояние; 8) единица измерения расстояния [км].

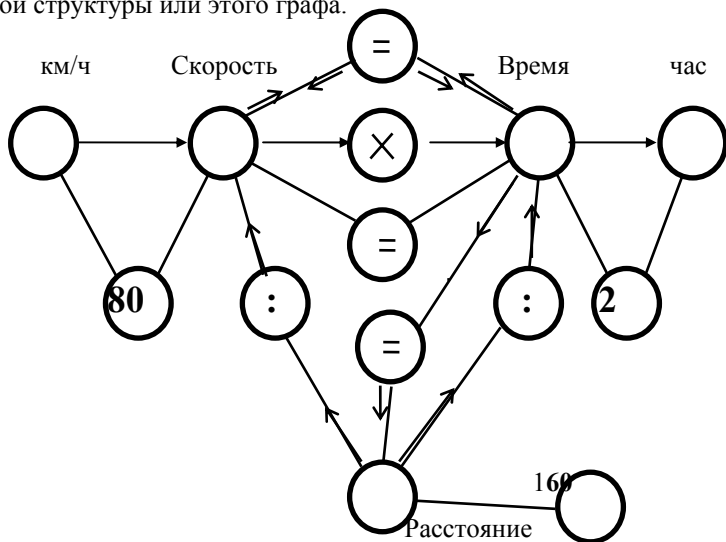
Взаимосвязанность и взаимодействие элементов проявляется здесь крайне просто. Изменилось значение скорости или времени, изменится расстояние или наоборот, меняется расстояние, это влечет за собой изменение любого из двух элементов структуры: скорости или времени.

*Какой очевидный вывод можно отсюда сделать относительно учебного процесса?*

Обучение должно быть таким, чтобы возникающие новые связи и известные из прошлого опыта были осмысленными.

Кибернетическое видение структуры задачи мы можем дать с помощью графического образа (хотя каков он в мозгу мы не знаем). В кибернетике такое изображение называется графом. Мы будем часто использовать представление структуры в виде графа. Надо иметь в виду, что речь идет о модели. Сначала мы рассмотрим граф в соответствии с простейшей задачей, в которой рассматривается один вариант решения, обусловленного информационной структурой, хранящейся в памяти, объединяющей и связывающей три основных элемента процесса движения - скорость, время, расстояние.

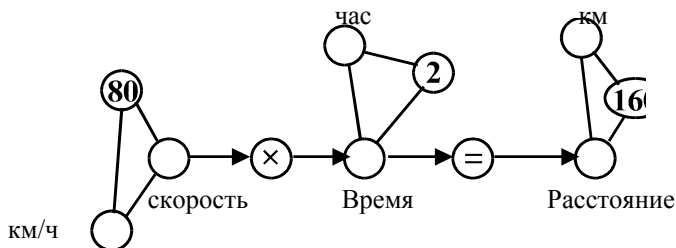
Ниже на рисунке изображен граф-структура, на которой стрелками изображено направление течения мысли учителя и ученика внутри самой структуры или этого графа.



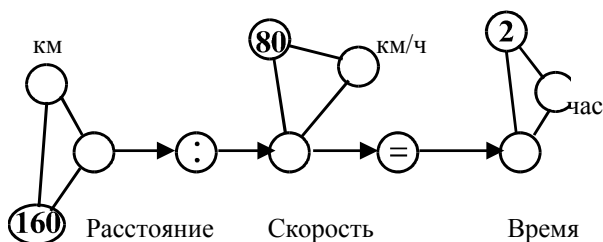
Структурное видение задачи учителем переоценить невозможно. Если действительно мозг учащегося так воспринимает задачу на движение, то давая на доске образ этой структуры и предложив ученику перенести его в тетрадь, мы резко облегчим формирование данной структуры в мозгу ученика. Как видно из данного рисунка понятие *расстояния* связано с понятием *скорости* знаком деления, а от понятия *скорости* мысль движется в направлении понятия «знака равенства» и затем к понятию «времени». На рисунке видны замкнутые цепочки. В зависи-

мости от того, какие элементы заданы, и какой из трех следует найти, в мозгу формируется соответствующая подсистема.

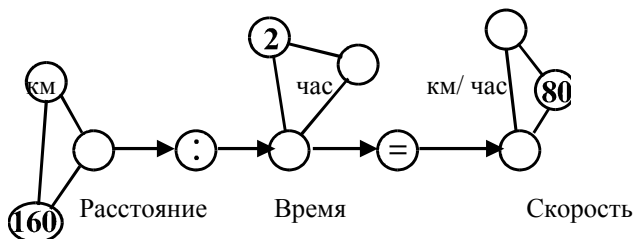
Возможны три варианта подсистем, которые вместе образуют полную целостную структуру. Каждой задаче свойственна своя подсистема. Например, 1-я подсистема соответствует задаче - найти расстояние, если известны скорость и время. На рисунках показаны направления течения мысли, соединяющие в единое целое каждую подсистему.



1-я подсистема – определение расстояния, при заданных параметрах движения объекта: скорости и времени



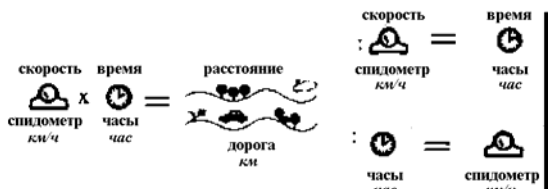
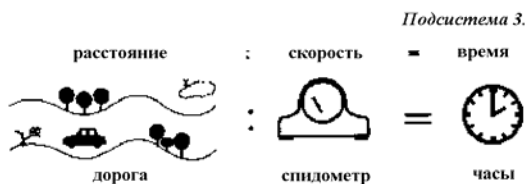
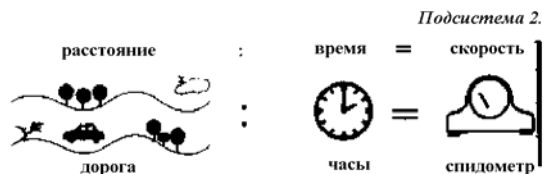
2-я подсистема – определение затраченного времени при заданных параметрах движения: расстоянии и скорости



3-я подсистема - определение скорости, задано расстояние и время движения.

Какой смысл для учителя имеет понимание того, как в мозгу ученика формируется структурное видение решения простейшей задачи на движение?

Используя смысловое информационное видение этой задачи, можно эти структуры изобразить в виде ассоциативных образов. Например, смысл простейших двух типов задач на движение и их совместную комбинацию (подсистемы 2 и 3) учитель дает на доске, изображая три следующих ассоциативных образа:



Целесообразно использовать для изображения цветовую гамму. На данном рисунке фактически изображен опорный конспект В. Ф. Шаталова. В чем его достоинство? Наш известный отечественный педагог В.Ф. Шаталов предложил на основе своего опыта и интуиции, использовать компактное образное представление содержания учебной информации. Можно сказать, что Шаталов в своей учебной практике применил главный принцип гештальтпсихологии – структурное целостное видение какой-либо конкретной темы учебного материала. И огромный опыт Шаталова и всех его последователей подтвердил высокую эффективность этих конспектов.

Во второй части книги, в рамках этого метода формирования структур, будут рассмотрены основные типы задач на движение. В методе микрооткрытий главное - это траектория, на которую нанизаны все типы задач. Но сочленение между отдельными типами задач должно быть плавным. В этом состоит искусство обучения и искусство написания учебников.

Однако задача учителя не только в том, чтобы их применять, а больше в том, чтобы опорный конспект соответствовал или был близок той структуре, которая отражает структурное существо темы.

Мы пришли к самому интересному и замечательному вопросу.

***Что же такое есть смысл?***

Можно ли отразить в опорном конспекте смысловое видение связанных в структуру абстрактных понятий.

К этому вопросу мы будем возвращаться на протяжении всей книги и, в частности, когда будем рассматривать очень трудный вопрос о восприятии информации человеческим мозгом.

Переходим к следующему основному этапу нашего повествования – применению гештальтпсихологии к обучению и изучению математики в школе (и не только в ней). Этот этап, по-видимому, самый ответственный и самый важный. Но как часто бывает и в теории, и на практике: что является наиболее важным, то и наиболее трудно и для разработки, и для понимания. Начнем с главных проблем.

*Что есть такое процесс познания в рамках гештальтпсихологии и в чем сущность его внутреннего развития?*

*Какие изменения происходят в структуре в процессе познания?*

*Как разрешаются рождающиеся противоречия в структуре?*

*Как осуществляется переход от исходной структуры  $S_1$  к другой  $S_2$ , в которой кончается локальный процесс, когда исходная проблема решена?*

Заметим, что если бы любые структуры, о которых говорит гештальтпсихология, не имели стимула к развитию, то это означает, что они не отражают процесс познания, который, вне всякого сомнения, бесконечен. Но что такое развитие?

Почему структура  $S_1$  к нему стремится? Потому что внутри нее есть напряженность, неустойчивость, противоречия и пробелы. Они и порождают проблему, требующую разрешения. Вертгеймер пишет: « $S_1$  – ситуация, в которой начинается реальный процесс мышления, а затем через несколько фаз –  $S_2$ , в которой кончается процесс, проблема решена». И далее он говорит: «Когда проблема ясно понята,  $S_1$  содержит структурные деформации и напряжения, которые исчезают в  $S_2$ » (5).

Принцип саморазвития через преодоление внутренних противоречий был открыт еще задолго до Вертгеймера одним из крупнейших философов



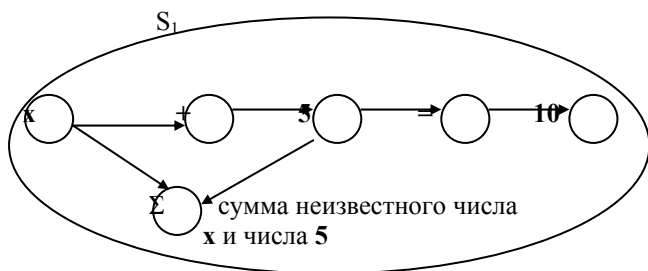
фов XIX века Гегелем и описан им как закон «отрицание отрицания». Закон диалектики гласит: развитие происходит от низшего к высшему при сохранении некоторых положительных черт и сторон старого.

Применяя закон «отрицание отрицания» к выводам гештальтпсихологии, мы получаем, что структура  $S_2$  отрицает структуру  $S_1$ , но сохраняет внутри себя - ее черты.

Рассмотрим принцип саморазвития исходной структуры  $S_1$  на конкретном математическом примере.

Допустим, ученику необходимо решить очень простое уравнение вида  $x+5 = 10$ , но ранее он этого никогда не делал и как его решать он не знает.

Граф исходной структуры  $S_1$  изображается следующим образом:



В чем проявляется неустойчивость и напряженность структуры  $S_1$ ?

Число  $x$  – неизвестно, поэтому самопроизвольно возникает проблема как его найти.

Творческая мысль человека, пытающегося решить уравнение

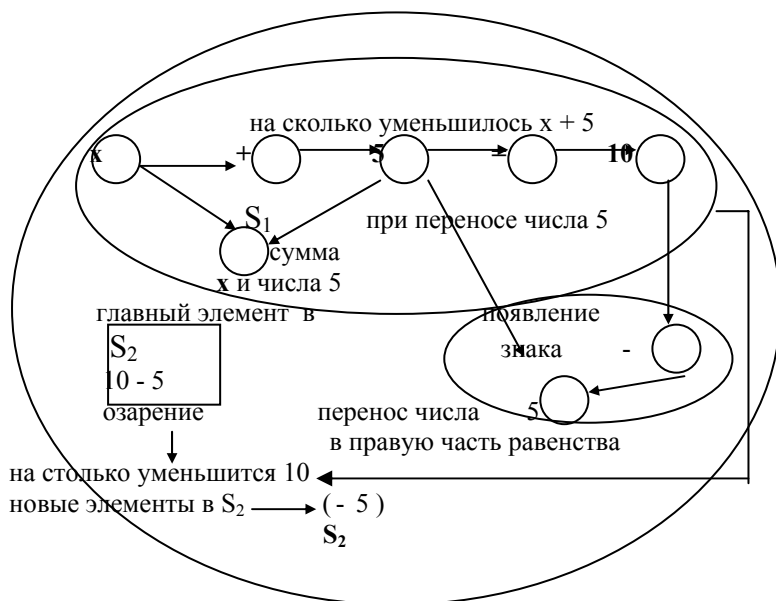
$$x + 5 = 10$$

будет двигаться к конечной структуре  $S_2$ , в которой проблема неизвестного  $x$  будет исчерпана.

Отрицание структурой  $S_2$  структуры  $S_1$  будет состоять в том, что неизвестное число  $x$  станет известным. Но сама структура  $S_1$  сохраняется как необходимый элемент (подсистема) в более полной структуре  $S_2$ , которая включает в себя исходную  $S_1$  и способ ее изменения через решение уравнения. Это и есть саморазвитие структуры  $S_1$ .

Русло, в котором расположены все необходимые нам структуры, мы проектируем заранее, четко выстраивая их последовательность. Затем формируя структурные элементы, развития и их взаимодействия друг с другом, мы можем быть уверены в достижении конечной цели. Предвосхищая дальнейшее исследование, мы скажем, что каждая следующая

структура оказывается как бы вложенной в другую. Движение не останавливается, его характер имеет вероятностную природу. Но флуктуации ограничены и априори нам известны. Поскольку в структурных схемах мы видим траектории связей, целесообразность их построения очевидна. За  $S_1$  следует структура  $S_2$ , ее граф  $S_2$  изображается следующим образом.

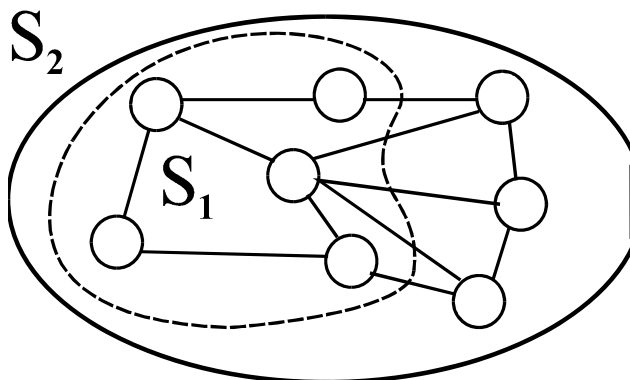


Здесь мы не рассматриваем сам механизм мышления при трансформации от  $S_1$  к  $S_2$ . Если все связи между элементами, которые реализуют обе структуры  $S_1$  и  $S_2$  осмыслены учеником, и он понял саму процедуру решения уравнения  $x + 5 = 10$ , саморазвитие  $S_1$  закончено.

Однако в реальном процессе обучения вероятность перехода от одного элемента структуры  $S_1$  к другому в направлении ее развития с постепенным выходом на элементы завершающей структуры  $S_2$  не является детерминированным, то есть строго определенным.

Вероятность остановки этого динамического процесса не равна нулю и колеблется в широком интервале. Обширная школьная практика изучения процедуры решения простейшего уравнения с одним неизвестным младшими школьниками иллюстрирует возникающие при этом разнообразные трудности.

Структурная схема развития процесса познания в рамках теории гештальтпсихологии представлена на следующем рисунке.



Прервем нить обсуждения гештальтпсихологии в сфере решения математических задач и коснемся тонкостей художественного творчества. Известный писатель К.С. Паустовский в своих воспоминаниях о Михаиле Булгакове писал: «Психология творческого процесса до сих пор мало нами изучена. Это объясняется необычайной сложностью этого процесса – очень разного у разных писателей, с трудом входящего в границы каких бы то ни было точных формулировок и законов, подчас необъяснимого для самих писателей... Это свидетельствует, что творческий процесс является настолько непосредственной функцией нашего сознания, что зачастую неуловим для самих его носителей» (27).

Но если мы встанем на точку зрения К. Паустовского, что наше сознание нам не подвластно и непознаваемо, то мы никогда не достигнем целей творческого обучения и тем более, не будем в состоянии хоть как-то приблизиться к идеалу – побудить ученика мыслить, как мыслят художник, поэт, ученый. Особенно в нашем случае, когда необходимо смоделировать у ученика мышление ученого математика.

Однако дальше К. Паустовский замечает и признает, что «тем ценнее те немногие проникновения в сущность творческого процесса, какие у нас есть...» и рассказывает, как рождалась пьеса Булгакова «Дни Турбиных». До пьесы Булгаков написал роман «Белая гвардия», встреченный равнодушно. Однако люди – герои романа – уже жили в его сознании своей жизнью. Наступил момент, когда автор стал не властен изгнать их из своего сознания. Булгаков часто видел их во сне, беседовал с ни-

ми. Он слышал отчетливо звуки рояля. Ему казалось, что «сквозь вьюгу прорывается и тоскливая и злобная гармоника...». Пьеса родилась «как бы из игры, из воображения, но ясно видимого мира». Сам Булгаков вспоминает: «Тут мне начало казаться по вечерам, что из белой страны выступает что-то цветное. Присматриваясь, шурясь, я убедился в том, что это картинка. И более того, что эта картинка не плоская, а трехмерная – как бы коробочка и в ней сквозь строчки видно горит свет, и движутся в ней те самые фигурки, что описаны в романе» (7).

Что это, как не охват ситуации в целом, зрительное восприятие сразу целостной структуры, в которой элементы уже на бессознательном уровне художественно связаны. Хотя отчетливо эта связь, отношение между элементами еще не проступила. Слова и язык, когда уже писалась пьеса, были вторичны. Эйнштейн, как и Булгаков, говорил о вторичности слов. Назовем это озарением, сначала художник, писатель, ученый впервые, и еще неосознанно и неотчетливо видит не совсем ясные структурные очертания своего открытия, будь это из области естественных наук или драматургии.

Вывод естественен. Необходимо создавать у ученика то психическое состояние вдохновения, которое предшествует озарению. Создавать ситуацию благоприятную для интуитивной деятельности мозга. Очевидно, это состояние невозможно продуцировать часто, но тогда, когда перед учеником стоит особенно трудная задача, оно необходимо. Без яркого всплеска интуиции такие задачи неразрешимы. Приведем конкретный пример, как создается состояние вдохновения из практики обучения задачам математики учеников 5-го класса. Тема урока – связать задачи на движение, вычисление площадей и составление уравнений. Снова возвращаясь к главной концепции системы обучения, мы ставим цель: создать калейдоскоп интерференционных потоков всплесков бессознательного, потоков различных смыслов (среди которых присутствуют математические), потоков вдохновения и красоты, потоков эмоциональных переживаний, потоков цветовой палитры и даже мистических наслоений. Цель прежняя - интерференционная картина художественных образов должна отображать тот участок локального мира, который попал в сферу искомых математических смыслов.

### **Примечания.**

- 1.Вертгеймер М. Продуктивное мышление. М.1987. с. 6.
- 2.Гроф С. Указанное соч.
- 3.Вертгеймер М. Указанное соч.
- 4.Дружинин В, Канторов Д., Проблемы системологии. М 1976.с.80.
- 5.Вертгеймер М. Указанное соч. с.273.
- 6.Паустовский К.С. Булгаков. В кн. Воспоминания о Михаиле Булгакове. М. 1988. с. 100.
- 7.Паустовский К.С. Указанное соч. с. 101.
- 8.Синицын Е.С. Веселая математика 1. Новосибирск. 1994. с. 43.